Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут»

Факультет прикладної математики

Кафедра системного програмування і спеціалізованих комп’ютерних систем

Розрахунково-графічна робота

з дисципліни

**«Теорія ймовірностей та математична статистика»**

**Виконала: Перевірила:**

cтудентка групи **КВ-23** доцент кафедри СКС

Липка Тетяна Богданівна \_\_\_\_\_\_\_\_ / Сапсай Т.Г. /

«\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ ­­­­­­2013 р.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1.12** | **2.12** | **3.12** | **4.12** | **5.12** | **6.12** | **7.12** | **8.12** | **9.12** | **10.12** | **Σ** |
| **Заміна/уточн.**  **умови** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Бали** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

ІІІ семестр

Київ 2013

**Завдання № 01.12**

Скільки підмножин має множина, що містить **n** елементів (вважати, що порожня множина є підмножиною кожної множини)?

**Розв’язання**

Із множини, потужністю n, можна утворити **** підмножин, що містять ***і*** елементів.

Всього підмножин можна утворити . Для спрощення цього виразу використаємо Біном Ньютона:



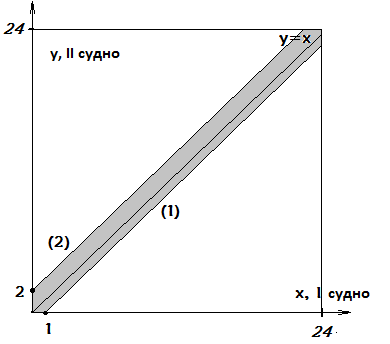
При *a=b=1* => =

Відповідь: підмножин.

**Завдання № 02.12**

Два судна повинні підійди до одного причалу. Появи суден - незалежні випадкові події, рівноможливі протягом доби. Знайти ймовірність того, що одному із суден доведеться чекати звільнення причалу, якщо час стоянки першого судна – одна година, а другого - дві години.

**Розв’язання**

(2): у-х<2, при y>x;

(1): x-y<1, при y<x;

Подія А - одному із суден доведеться чекати звільнення причалу. (Зафарбована область).

Знайдемо її площу:

S=

Тоді шукана ймовірність:

P(A)=69,5/(24\*24)=0.1206

Відповідь: Р(А)= 0.1206

**Завдання № 03.12**

Група із трьох літаків вилетіла на виконання бойового завдання. Кожний із літаків несе одну бомбу. Перед виходом на ціль літаки повинні пройти зону зенітної оборони ворога, в якій кожний з них може бути збитий з ймовірність 0,3 . Ймовірність попадання при скиданні однієї бомби для всіх літаків однакова і дорівнює 0,4. Визначити ймовірність знищення цілі.

**Розв’язання**

Нехай подія А – знищення цілі, .

В*і* - ціль не знищено *і*-тим літаком . Ця подія відбувається тоді, коли його або збили, або тоді,

коли він не попав по цілі, хоча його не збивали. Тобто 

Подія В відбувається, якщо відбуваються B*1*, B*2* і B*3.* Тобто Р(В)=Р(В*1*)\*Р(В*2*)\*Р(В*3*)

(У нашій задачі Р(В*1*)=Р(В*2*)=Р(В*3*)). Тоді 3=0,6268;

**Відповідь:** 0,6268 ймовірність знищення цілі.

**Завдання № 04.12**

Число вантажних машин, що проїздять повз бензозаправну станцію відноситься до числа легкових як 3:2. Імовірність того, що буде заправлятися вантажна машина – 0.1, для легкової машини ця ймовірність – 0.2. До бензоколонки під’їхала для заправки машина. Знайти ймовірність того, що це вантажна машина.

**Розв’язання**

Подія А – до бензоколонки під’їхала для заправки машина. B*1* –проїжджає вантажна машина, B*2* – легкова. Тоді Р(В*1*)=3/5, Р(В*2*)=2/5;

Тоді ймовірність заправки вантажної машини: . Легкової - 

Ймовірність того, що до бензоколонки під’їхала для заправки вантажна машина:



Відповідь: 0,4285

**Завдання № 05.12**

Для підвищення надійності приладу він дублюється другим таким самим приладом; надійність кожного приладу дорівнює р. При виході з ладу першого приладу відбувається миттєве переключення на другий прилад. Знайти надійність: а) цієї системи приладів; б) системи, якщо пристрій переключення працює з надійністю р.

**Розв’язання**

а) Система працює у всіх випадках, крім того, коли обидва прилади неробочі, тобто:

Р(А)=1-(1-р)(1-р)=2р+р2

б)  (1-р) – ймовірність несправності першого приладу, (1-рр) – ймовірність того, що дубльований прилад буде несправним.

Тоді: Р(А)=1 - (1 - р)(1 – р2).

Відповідь:

а) Р(А)= 2р+р2

б) Р(А)=1 - (1 - р)(1 – р2)

**Завдання № 06.12**

У сім’ї п‘ять дітей. Найти ймовірність того, що серед цих дітей а) більше двох хлопчиків, б) не більше трьох хлопчиків. Імовірність народження хлопчика дорівнює 0.51.

**Розв’язання**

Нехай хі – кількість хлопчиків у сім’ї, рі – ймовірність народження хлопчиків у сім’ї кількістю хі.

Імовірність народження хлопчика р=0.51, дівчинки - q=0.49

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Хі | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Рі |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Хі | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Рі | 0.0282 | 0.1470 | 0.3060 | 0.3185 | 0.1657 | 0.0345 |

Подія А – у сім’ї більше двох хлопчиків;

Подія В - не більше трьох хлопчиків;

а). Р(А)= ++=0.3185+0.1657+0.0345=0.5187

б). Р(В)=1--=1-0.1657-0.0345=0.7998

Відповідь:

а) Р(А)=0.5187

б). Р(В)= 0.7998

**Завдання № 07.12**

1. Побудувати таблицю статистичного розподілу використовуючи частоту.
2. Побудувати гістограму частоти.
3. Записати кумулятивний ряд використовуючи відносні частоти.
4. Побудувати кумулянту.
5. Обчислити вибіркову середню, вибіркову дисперсію, центральний емпіричний момент 4 порядку.
6. Знайти моду.

2.23 2.23 2.22 3.18 2.80 0.86 1.42 2.32 2.25 1.64

1.38 2.39 2.70 1.59 1.52 1.77 2.87 1.28 1.57 1.33

1.89 1.78 1.26 2.13 2.35 1.99 2.32 2.06 2.51 1.72

2.40 2.65 2.34 2.26 2.29 1.69 1.84 1.93 2.37 1.31

1.97 2.06 2.69 3.23 2.10 1.76 1.83 1.82 1.91 1.83

2.01 2.13 2.03 2.06 2.49 2.37 2.55 2.65 2.89 2.78

3.33 0.18 1.52 0.99 0.38 1.74 2.78 0.23 2.20 0.67

2.19 1.46 1.03 2.09 1.38 2.83 1.81 3.53 -0.47 1.25

1.61 3.36 2.41 0.21 1.27 2.29 1.73 1.01 1.49 1.21

0.22 2.67 2.28 3.19 1.62 2.28 0.98 1.88 2.38 1.54

**Розв’язання:**

Формули та позначення.

n = 100 — об’єм вибірки;

xmax, xmin — мінімальне та максимальне значення у вибірці;

R = xmax - xmin — розмах вибірки;

k — кількість груп;

h = R/k — ширина інтервалу значень групи;

— центральний момент.

Впорядкуємо генеральну сукупність:

-0.47, 0.18, 0.21, 0.22, 0.23, 0.38, 0.67, 0.86, 0.98, 0.99, 1.01, 1.03, 1.21, 1.25, 1.26, 1.27, 1.28, 1.31, 1.33, 1.38, 1.38, 1.42, 1.46, 1.49, 1.52, 1.52, 1.54, 1.57, 1.59, 1.61, 1.62, 1.64, 1.69, 1.72, 1.73, 1.74, 1.76, 1.77, 1.78, 1.81, 1.82, 1.83, 1.83, 1.84, 1.88, 1.89, 1.91, 1.93, 1.97, 1.99, 2.01, 2.03, 2.06, 2.06, 2.06, 2.09, 2.10, 2.13, 2.13, 2.19, 2.20, 2.22, 2.23, 2.23, 2.25, 2.26, 2.28, 2.28, 2.29, 2.29, 2.32, 2.32, 2.34, 2.35, 2.37, 2.37, 2.38, 2.39, 2.40, 2.41, 2.49, 2.51, 2.55, 2.65, 2.65, 2.67, 2.69, 2.70, 2.78, 2.78, 2.80, 2.83, 2.87, 2.89, 3.18, 3.19, 3.23, 3.33, 3.36, 3.53

Ряд розподілу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Xi | -0.47 | 0.18 | 0.21 | 0.22 | 0.23 | 0.38 | 0.67 | 0.86 | 0.98 | 0.99 |
| ni | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1.01 | 1.03 | 1.21 | 1.25 | 1.26 | 1.27 | 1.28 | 1.31 | 1.33 | 1.38 | 1.42 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1.46 | 1.49 | 1.52 | 1.54 | 1.57 | 1.59 | 1.61 | 1.62 | 1.64 | 1.69 | 1.72 |
| 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1.73 | 1.74 | 1.76 | 1.77 | 1.78 | 1.81 | 1.82 | 1.83 | 1.84 | 1.88 | 1.89 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1.91 | 1.93 | 1.97 | 1.99 | 2.01 | 2.03 | 2.06 | 2.09 | 2.10 | 2.13 | 2.19 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 2 | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2.20 | 2.22 | 2.23 | 2.25 | 2.26 | 2.28 | 2.29 | 2.32 | 2.34 | 2.35 | 2.37 |
| 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2.38 | 2.39 | 2.40 | 2.41 | 2.49 | 2.51 | 2.55 | 2.65 | 2.67 | 2.69 | 2.70 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2.78 | 2.80 | 2.83 | 2.87 | 2.89 | 3.18 | 3.19 | 3.23 | 3.33 | 3.36 | 3.53 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Оскільки n=100, найкраща кількість груп: k = 7.

xmax = 3.53; xmin = -0.47;

R = 4; **h** = R/k ≈ **0.58;**

Потрібно встановити розмах: R = k \* h = 4.06;

Нехай xmin = -0.5; xmax = 3.56;

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Xi—Xi+1 | -0.5  —  0.08 | 0.08  —  0.66 | 0.66  —  1.24 | 1.24  —  1.82 | 1.82  —  2.4 | 2.4  —  2.98 | 2.98  —  3.56 |
| ni’ | 1 | 5 | 7 | 27 | 38 | 16 | 6 |
| wi’ | 0.01 | 0.05 | 0.07 | 0.27 | 0.38 | 0.16 | 0.06 |
| ni’/h | 1.72 | 8.62 | 12.07 | 46.55 | 65.52 | 27.59 | 10.34 |

**Кумулятивний ряд (використав. відносні частоти):**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| wi | 0.01 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.16 | 0.27 | 0.38 |
| ni | 1 | 5 | 6 | 7 | 16 | 27 | 38 |
| накопичена частота (n) | 1 | 6 | 12 | 19 | 35 | 62 | 100 |

Для даного ряду побудуємо кумулянту:

**Мода Мo=2.06;**

**Вибіркова середня**: =

=(-0.21+1.85+6.55+41.31+80.18+43.04+19.62)/100=**1.9233**

**Вибіркова дисперсія:** (0.0441+0.6845+6.3175+63.2043+169.17+115.77+64.157)/99-369.90/99≈4.23-3.74≈**0.4892**

**Центральний емпіричний момент 4 порядку:**

4 =(0.00001+0.0009+0.057+1.479+7.532+

+8.3777+6.8602)-(-0.0021+0.0185+0.0665+0.4131+0.8018+0.4304+0.1962)

≈24.3068-1.9234≈**22.3834**

Відповідь: вибіркова середня**: 1.9233**, вибіркова дисперсія: **0.4892**, Центральний емпіричний момент 4 порядку: **22.3834**

**Завдання № 08.12**

У відділі технічного контролю було перевірено *п* = 200 вту­лок з партії, виготовленої одним автоматичним верстатом. У таблиці дано відхилення діаметрів від номіналу (у мікронах) пі­сля групування. Знайти вибіркове середнє та незміщену оцінку дисперсії для цих відхилень. Знайти надійні межі для математи­чного сподівання *а* відхилення діаметра від номіналу для гене­ральної сукупності при надійному рівні 0,95.

**Розв’язання:**

Скористаємосяформулою для *незміщеної оцінки генеральної середньої* (математичного сподівання). **Вибіркове середнє**:



де: *xi* – варіанта вибірки, *ni* – частота вибірки *xi*,  – об’єм вибірки.

X1=-12.5 , x2=x3=-7.5, x4=-2.5, x5=2.5, x6=7.5, x7=12.5, x8=17.5, x9=22.5, x10=27.5



Формула для **незміщеної оцінки генеральної дисперсії** є ф-ла виправленої вибіркової дисперсії:

Тоді:  Знайдемо **надійні межі для математи­чного сподівання** *а* відхилення діаметра від номіналу для гене­ральної сукупності при надійному рівні 0,95:

Інтервальною оцінкою (з надійністю ) математичного сподівання  нормально розподіленої кількісної ознаки *Х* за вибірковою середньою  при невідомому середньому квадратичному відхиленні  генеральної сукупності служить довірчий інтервал

, або: 

де  – точність оцінки, *n* – об’єм вибірки, *t* - значення аргументу функції Лапласа Ф(*t*), при якому Ф(*t*)=γ/2.

n=200 (n>30), γ=0.95, за табл. значень t**γ** =t(γ,n)=1.96, тоді: 

Відповідь:

Вибіркове середнє: 5.075

Незміщена оцінка генеральної дисперсії**:** 

Надійні межі для математи­чного сподівання: 

**Завдання № 09.12**

На заводі, де виготовляють плати встановлено, що 4% виробів – брак. Обчислити ймовірність того, що при виробництві n=6144 плат кількість бракованих товарів буде відрізнятись від математичного сподівання не більше, ніж на ε=0,5%.

**Розв’язання:**

Використаємо формулу для знаходження ймовірності відхилення відносної частоти від математичного сподівання:

Підставивши значення n=6144, ε=, p= отримаємо:

Відповідь:

**Завдання № 10.12**

Вибірка задана у виді розприділення частот:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 2 | 7 | 9 | 13 |
| ni | 3 | 2 | 1 | 4 |

Знайти: медіану, початковий момент 1-го порядку, побудувати полігон відносних частот.

**Розв’язання:**

Знайдемо **медіану** як середнє арифметичне двох центральних елементів (2-го та 3-го):

Me =(x2+x3)/2=(7+9)/2=8

Запишемо розприділення відносних частот:

Об’єм вибірки: n=i=3+2+1+4=10. Відносні частоти: wi=ni/n

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 2 | 7 | 9 | 13 |
| wi | 0.3 | 0.2 | 0.1 | 0.4 |

**Полігон відносних частот:**

**Початковий момент:** νk = при k=1:

νk =iwi=**2•0.3+7•0.2+9•0.1+13•0.4=8.1**

Відповідь: Початковий момент 1-го порядку: 8.1, медіана: 8